

ЕНТ**Применение производной к исследованию функций.**

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + \frac{1}{x}$ на отрезке $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

2. Найти наибольшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ на отрезке $[-2; 2]$.

3. Найти наибольшее значение функции $y = \frac{\cos 2x}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$ на отрезке $[-2; 2]$.

5. Найти наименьшее значение функции $f(x)$ на промежутке $\left[0; \frac{5}{2}\right]$, если

$$f(x) = x^3 - 7,5x^2 + 18x + \cos \frac{\pi}{3} - \sqrt{3 + \cos^2 x + \sin^2 x}$$

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - 10x - 11$ на отрезке $[0; 5]$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^4 - 8x$ на отрезке $[-2; 1]$.

8. Найти точки экстремума функции $y = x^2 + 2x - 3$.

9. Для функции $y = \frac{4}{x} - \frac{x}{4}$, определить:

- а) нули;
- б) промежутки возрастания;
- в) промежутки убывания.

10. Для функции $y = -\frac{x}{4} - \frac{4}{x}$, определить:

- а) все критические точки;
- б) точки минимума и точки максимума;

11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 4x + x^2$ на отрезке $[-5; -1]$.

12. Найти промежутки убывания функции $f(x) = \frac{1 + 4x}{2x - 3}$.

13. Для функции $y = 4x + x^2$, определить:

- а) нули;
- б) промежутки возрастания;
- в) промежутки убывания.

14. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^2 - 9x + 10$ на отрезке $[0; 2]$.

15. Исследовать функцию на экстремум: $y = 3 + 4x - x^2$.

16. Дана функция $f(x) = 4x^2 - 6x$. Найдите её критические точки.

17. Найти промежутки возрастания функции $y = x^2 + 2x + 3$.

18. Найти критические точки функции $f(x) = -\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{4} + 3x - 2$.

19. Найти промежутки возрастания функции $y = 4x^3 + 12$.

20. Для функции $y = -x - \frac{1}{x}$, определить:

- а) все критические точки;
- б) точки минимума и точки максимума;

21. Найти критические точки функции $y = x^3 + 3|x|$.

22. Найти точки экстремума функции $y = 0,5x^4 - 2x^3$.

23. Для функции $y = -\frac{x}{3} - \frac{3}{x}$, определить:

- а) все критические точки;

б) точки минимума и точки максимума;

24. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - 8x - 9$ на отрезке $[-1; 4]$.

25. Для функции $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$, определить:

а) все критические точки;

б) точки минимума и точки максимума;

26. С помощью производной найдите промежутки возрастания функции $f(x) = 2x - 3$.

27. Найти промежутки возрастания функции $y = \frac{3x + 2}{1 - 4x}$.

28. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^2 - 13x + 18$ на отрезке $[0; 2]$.

29. Исследовать функцию на экстремум: $y = -x^2 + 7x$.

30. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - 11x + 28$ на отрезке $[4; 5]$.

31. Найти промежутки возрастания функции $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5$.

32. Для функции $y = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}$, определить:

а) все критические точки;

б) точки минимума и точки максимума;

33. Функция $f(x) = \sqrt{x - x^2}$ монотонно возрастает на множестве...

34. Для функции $y = x^2 - 4x - 5$, определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

35. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + \frac{4}{x}$ на отрезке $[1; 3]$.

36. Исследовать функцию на экстремум: $y = -4x^2 - 6x - 7$.

37. Для функции $y = -x^2 + 6x - 5$, определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

38. Для функции $y = \frac{x}{3} - \frac{3}{x}$, определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

39. Для функции $y = \frac{x}{5} - \frac{5}{x}$, определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

40. Найти точки экстремума функции $y = x^3 - \frac{x}{3}$.

41. Найти: а) наименьшее; б) наибольшее значения функции $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x - 2)$ на отрезке $[-8; -1]$.

42. Для функции $y = x^2 - 4x + 3$, определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

43. Пусть производная функции $f(x)$ имеет вид $f'(x) = x(1-x)(x^2 - 7x + 10)$. Найдите суммарную длину промежутков возрастания функции $f(x)$.
44. Найти критические точки функции $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 2$.
45. Для функции $y = -\frac{x}{5} - \frac{5}{x}$, определить:
- все критические точки;
 - точки минимума и точки максимума;
46. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3$ на отрезке $[-2; 2]$.
47. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - 3x - 10$ на отрезке $[-2; -1]$.
48. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = \cos x - \frac{1}{3} \cos 3x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
49. Найти критические точки функции $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 3$.
50. Найти промежутки возрастания функции $y = 3x^2 - 2x + 1$.
51. Для функции $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$, определить:
- все критические точки;
 - точки минимума и точки максимума;
52. Найти критические точки функции $f(x) = 2\sqrt{x} - x$.
53. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - 5x - 6$ на отрезке $[-1; 2]$.
54. Для функции $y = \frac{1}{x} - x$, определить:
- нули;
 - промежутки возрастания;
 - промежутки убывания.
55. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \sqrt{3x} + \sin 2x$ на отрезке $[0; \pi]$.
56. Для функции $y = -x^2 + 2x + 8$, определить:
- нули;
 - промежутки возрастания;
 - промежутки убывания.
57. Найти промежутки возрастания функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x$.
58. Найти точки экстремумов функции $y = x^3 + 6x^2$ на интервале $\left[-5; -\frac{1}{5}\right]$.
59. Найти точки экстремума функции $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 8$.
60. Найти критические точки функции $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
61. Найти значение выражения $x_1 + 2x_2$, где x_1 – точка минимума, а x_2 – точка максимума функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x + 1$.
62. Сумма наибольшего и наименьшего значений функции $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ на отрезке $[1; 3]$ равна ...
63. Найти промежутки возрастания функции $y = -4x^2 - 4x - 1$.
64. Найти критические точки функции $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2$.
65. Найти промежутки убывания функции $y = x^3 - 3x$.
66. Для функции $y = \frac{3}{x} - \frac{x}{3}$, определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

67. Найти положительное число, которое превышает свой утроенный куб на максимальное значение.

68. Найти критические точки функции $f(x) = \sqrt{x} - x$.

69. Найти промежутки убывания функции $y = x^3 - 6x^2 + 5$.

70. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2\sqrt{3-x}$ на отрезке $[1; 3]$.

71. Если m и M - значения функции $y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{x-5}$ в точках минимума и максимума

соответственно, то значение выражения $m + 2M$ равно....

72. Найти критические точки функции $y = x^3 + x^2 - 5x + 4$.

73. Количество целых значений x , принадлежащих интервалам убывания функции $y = \frac{x-2}{x^2+1}$ и находящихся в промежутке $[-2; 5]$ равно...

74. Количество целых значений x на интервале убывания функции $f(x) = 4x^3 - 18x^2 - 21x - 9$ равно...

75. Функция $y = 34x - x^2$ достигает максимума при

76. Найти критические точки функции $y = \frac{x^2}{9} + \frac{4}{x^2}$.

77. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{x^4}{4} - 8x^2$ на отрезке $[-1; 2]$.

78. Найти точки экстремумов функции $y = -x^3 - 3x^2 + 18x - 2$ на интервале $[-4; 0]$.

79. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2\sin x + \cos 2x$ на отрезке $[0; \pi]$.

80. Для функции $y = \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$, определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

81. Найти точки экстремума функции $y = 0,5x^4 - 2x^3$.

82. Найти точки максимума и минимума функции $y = x^3 + 6x^2 - 15x - 3$.

83. Найти точку максимума функции $y = -x^3 + 9x^2 - 24$.

84. Для функции $y = \frac{5}{x} - \frac{x}{5}$, определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

85. Найти точки экстремума функции $y = 1,5x^4 + 3x^3$.

86. Точкой, в которой выполняется необходимое условие существования экстремума функции $y = 3x^4 - 4x^3$, но экстремума нет, является ...

87. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 - 12x + 27$ на отрезке $[3; 7]$.

88. Найти промежутки убывания функции $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4$.

89. Значение функции $y = \frac{x^{\frac{6}{5}} - 1}{x^{\frac{4}{5}} + x^{\frac{2}{5}} + 1}$ в точке минимума находится на промежутке

90. Найти точки экстремума функции $y = x^3 - 3x + 5$.

91. Найти точки экстремума функции $f(x) = x^4 - 8x^2 + 6$.

92. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 4\cos x - \cos 2x$ на отрезке $[0; \pi]$.

93. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 - 2x|x+1|$ на отрезке $[0; 3]$.

94. Наименьшее значение функции $f(x) = x + \frac{1}{x+2}$ на промежутке $[-5; -2,5]$ является ...

95. Найти промежутки возрастания функции $y = x^3 + 9x^2 - 4$.

96. Найти промежутки возрастания и убывания функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 1,5x^2 - 4x$.

97. Найти критические точки функции $y = 2x + \sin 2x$.

98. Найти наименьшее значение функции $y = x^2 - 6x + 8$.

99. Среди прямоугольников, сумма длин трёх сторон которых равна 20, периметр прямоугольника наибольшей площади равен ...

100. Найти сумму ординат точек экстремума функции $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$.

101. Найти наименьшее значение функции $y = 13 - 10x + x^2$.

102. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{5}x^5 - 4x^2 + 6$ на отрезке $[0; 2]$.

103. Найти критическую точку функции $f(x) = (x-15)^2 \cdot \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x - 30 \cos x + 8$.

104. Пусть производная функции $f(x)$ имеет вид $f'(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 9)(x^2 - 16)$. Найдите суммарную длину промежутков убывания функции $f(x)$.

105. Пусть производная функции $f(x)$ имеет вид $f'(x) = (x-2)^2(x^2-2)(x^2-4)$. Найдите число точек экстремума.

106. Найти точки экстремума функции $y = \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$.

107. С помощью производной найдите промежутки возрастания функции $y = 2x - 3$.

108. Найти промежутки монотонности функции $y = \sqrt{x - x^2}$.

109. Найти точки экстремума функции $y = 2x^3 - 3x^2 + 6$.

110. Число 49 представить в виде суммы двух слагаемых так, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.

111. Дана функция $y = f(x)$, у которой $x_{\min} = -1$; $y_{\min} = 1$; $x_{\max} = 2$; $y_{\max} = 4$. Найти точки экстремума и экстремумы функции $y = -2f(x+1)$.

112. Найти наименьшее значение функции $y = 2\cos x - \cos 2x$ на отрезке $[0; \pi]$.

113. Найти наименьшее значение функции $y = 18x^2 + 8x^3 - 3x^4$ на отрезке $[0; 4]$.

114. На интервале $(0; 2]$ найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 2x}$.

115. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = (x-2) \cdot \sqrt{x+1}$ на отрезке $[0; 2]$.

116. Найти наибольшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ на отрезке $[-2; 2]$.

117. Найти критические точки функции $y = 4x^2 - 6x$.

118. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x + \frac{1}{x}$ на отрезке $[\frac{1}{2}; 1]$.

119. Найти промежутки возрастания функции $y = x^2 - 2x + 3$.

120. Найти точки минимума функции $y = 2\cos x + x$.

121. Найти число, которое превышало бы свой квадрат на максимальное число.

122. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $y = \sin x - \frac{1}{3}\sin 3x$ на отрезке $[0; \frac{3\pi}{4}]$.

123. Найти наименьшее значение функции $y = -x^2 + 2x - 3$.

124. Найти наименьшее значение функции $f(x) = x - \sqrt{x}$ на интервале $(0; 1)$.