

**ЕНТ****Применение производной к исследованию функций.**

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x + \frac{1}{x}$  на отрезке  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ .

2. Найти наибольшее значение функции  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$  на отрезке  $[-2; 2]$ .

3. Найти наибольшее значение функции  $y = \frac{\cos 2x}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 3x^5 - 5x^3 + 1$  на отрезке  $[-2; 2]$ .

5. Найти наименьшее значение функции  $f(x)$  на промежутке  $\left[0; \frac{5}{2}\right]$ , если

$$f(x) = x^3 - 7,5x^2 + 18x + \cos \frac{\pi}{3} - \sqrt{3 + \cos^2 x + \sin^2 x}$$

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^2 - 10x - 11$  на отрезке  $[0; 5]$ .

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^4 - 8x$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

8. Найти точки экстремума функции  $y = x^2 + 2x - 3$ .

9. Для функции  $y = \frac{4}{x} - \frac{x}{4}$ , определить:

- а) нули;
- б) промежутки возрастания;
- в) промежутки убывания.

10. Для функции  $y = -\frac{x}{4} - \frac{4}{x}$ , определить:

- а) все критические точки;
- б) точки минимума и точки максимума;

11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 4x + x^2$  на отрезке  $[-5; -1]$ .

12. Найти промежутки убывания функции  $f(x) = \frac{1 + 4x}{2x - 3}$ .

13. Для функции  $y = 4x + x^2$ , определить:

- а) нули;
- б) промежутки возрастания;
- в) промежутки убывания.

14. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^2 - 9x + 10$  на отрезке  $[0; 2]$ .

15. Исследовать функцию на экстремум:  $y = 3 + 4x - x^2$ .

16. Дана функция  $f(x) = 4x^2 - 6x$ . Найдите её критические точки.

17. Найти промежутки возрастания функции  $y = x^2 + 2x + 3$ .

18. Найти критические точки функции  $f(x) = -\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{4} + 3x - 2$ .

19. Найти промежутки возрастания функции  $y = 4x^3 + 12$ .

20. Для функции  $y = -x - \frac{1}{x}$ , определить:

- а) все критические точки;
- б) точки минимума и точки максимума;

21. Найти критические точки функции  $y = x^3 + 3|x|$ .

22. Найти точки экстремума функции  $y = 0,5x^4 - 2x^3$ .

23. Для функции  $y = -\frac{x}{3} - \frac{3}{x}$ , определить:

- а) все критические точки;

б) точки минимума и точки максимума;

24. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^2 - 8x - 9$  на отрезке  $[-1; 4]$ .

25. Для функции  $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$ , определить:

а) все критические точки;

б) точки минимума и точки максимума;

26. С помощью производной найдите промежутки возрастания функции  $f(x) = 2x - 3$ .

27. Найти промежутки возрастания функции  $y = \frac{3x + 2}{1 - 4x}$ .

28. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^2 - 13x + 18$  на отрезке  $[0; 2]$ .

29. Исследовать функцию на экстремум:  $y = -x^2 + 7x$ .

30. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^2 - 11x + 28$  на отрезке  $[4; 5]$ .

31. Найти промежутки возрастания функции  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5$ .

32. Для функции  $y = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}$ , определить:

а) все критические точки;

б) точки минимума и точки максимума;

33. Функция  $f(x) = \sqrt{x - x^2}$  монотонно возрастает на множестве...

34. Для функции  $y = x^2 - 4x - 5$ , определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

35. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x + \frac{4}{x}$  на отрезке  $[1; 3]$ .

36. Исследовать функцию на экстремум:  $y = -4x^2 - 6x - 7$ .

37. Для функции  $y = -x^2 + 6x - 5$ , определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

38. Для функции  $y = \frac{x}{3} - \frac{3}{x}$ , определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

39. Для функции  $y = \frac{x}{5} - \frac{5}{x}$ , определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

40. Найти точки экстремума функции  $y = x^3 - \frac{x}{3}$ .

41. Найти: а) наименьшее; б) наибольшее значения функции  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x - 2)$  на отрезке  $[-8; -1]$ .

42. Для функции  $y = x^2 - 4x + 3$ , определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

43. Пусть производная функции  $f(x)$  имеет вид  $f'(x) = x(1-x)(x^2 - 7x + 10)$ . Найдите суммарную длину промежутков возрастания функции  $f(x)$ .
44. Найти критические точки функции  $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 2$ .
45. Для функции  $y = -\frac{x}{5} - \frac{5}{x}$ , определить:
- все критические точки;
  - точки минимума и точки максимума;
46. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3$  на отрезке  $[-2; 2]$ .
47. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^2 - 3x - 10$  на отрезке  $[-2; -1]$ .
48. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = \cos x - \frac{1}{3} \cos 3x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
49. Найти критические точки функции  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 3$ .
50. Найти промежутки возрастания функции  $y = 3x^2 - 2x + 1$ .
51. Для функции  $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ , определить:
- все критические точки;
  - точки минимума и точки максимума;
52. Найти критические точки функции  $f(x) = 2\sqrt{x} - x$ .
53. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^2 - 5x - 6$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
54. Для функции  $y = \frac{1}{x} - x$ , определить:
- нули;
  - промежутки возрастания;
  - промежутки убывания.
55. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \sqrt{3x} + \sin 2x$  на отрезке  $[0; \pi]$ .
56. Для функции  $y = -x^2 + 2x + 8$ , определить:
- нули;
  - промежутки возрастания;
  - промежутки убывания.
57. Найти промежутки возрастания функции  $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ .
58. Найти точки экстремумов функции  $y = x^3 + 6x^2$  на интервале  $\left[-5; -\frac{1}{5}\right]$ .
59. Найти точки экстремума функции  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 8$ .
60. Найти критические точки функции  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .
61. Найти значение выражения  $x_1 + 2x_2$ , где  $x_1$  – точка минимума, а  $x_2$  – точка максимума функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x + 1$ .
62. Сумма наибольшего и наименьшего значений функции  $y = -x^3 + 3x^2 + 5$  на отрезке  $[1; 3]$  равна ...
63. Найти промежутки возрастания функции  $y = -4x^2 - 4x - 1$ .
64. Найти критические точки функции  $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2$ .
65. Найти промежутки убывания функции  $y = x^3 - 3x$ .
66. Для функции  $y = \frac{3}{x} - \frac{x}{3}$ , определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

67. Найти положительное число, которое превышает свой утроенный куб на максимальное значение.

68. Найти критические точки функции  $f(x) = \sqrt{x} - x$ .

69. Найти промежутки убывания функции  $y = x^3 - 6x^2 + 5$ .

70. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^2\sqrt{3-x}$  на отрезке  $[1; 3]$ .

71. Если  $m$  и  $M$  - значения функции  $y = \frac{1}{2}x + \frac{2}{x-5}$  в точках минимума и максимума

соответственно, то значение выражения  $m + 2M$  равно....

72. Найти критические точки функции  $y = x^3 + x^2 - 5x + 4$ .

73. Количество целых значений  $x$ , принадлежащих интервалам убывания функции  $y = \frac{x-2}{x^2+1}$  и находящихся в промежутке  $[-2; 5]$  равно...

74. Количество целых значений  $x$  на интервале убывания функции  $f(x) = 4x^3 - 18x^2 - 21x - 9$  равно...

75. Функция  $y = 34x - x^2$  достигает максимума при ....

76. Найти критические точки функции  $y = \frac{x^2}{9} + \frac{4}{x^2}$ .

77. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \frac{x^4}{4} - 8x^2$  на отрезке  $[-1; 2]$ .

78. Найти точки экстремумов функции  $y = -x^3 - 3x^2 + 18x - 2$  на интервале  $[-4; 0]$ .

79. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2\sin x + \cos 2x$  на отрезке  $[0; \pi]$ .

80. Для функции  $y = \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$ , определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

81. Найти точки экстремума функции  $y = 0,5x^4 - 2x^3$ .

82. Найти точки максимума и минимума функции  $y = x^3 + 6x^2 - 15x - 3$ .

83. Найти точку максимума функции  $y = -x^3 + 9x^2 - 24$ .

84. Для функции  $y = \frac{5}{x} - \frac{x}{5}$ , определить:

а) нули;

б) промежутки возрастания;

в) промежутки убывания.

85. Найти точки экстремума функции  $y = 1,5x^4 + 3x^3$ .

86. Точкой, в которой выполняется необходимое условие существования экстремума функции  $y = 3x^4 - 4x^3$ , но экстремума нет, является ...

87. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x^2 - 12x + 27$  на отрезке  $[3; 7]$ .

88. Найти промежутки убывания функции  $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4$ .

89. Значение функции  $y = \frac{x^{\frac{6}{5}} - 1}{x^{\frac{4}{5}} + x^{\frac{2}{5}} + 1}$  в точке минимума находится на промежутке ....

90. Найти точки экстремума функции  $y = x^3 - 3x + 5$ .

91. Найти точки экстремума функции  $f(x) = x^4 - 8x^2 + 6$ .

92. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 4\cos x - \cos 2x$  на отрезке  $[0; \pi]$ .

93. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2x^3 - 2x|x+1|$  на отрезке  $[0; 3]$ .

94. Наименьшее значение функции  $f(x) = x + \frac{1}{x+2}$  на промежутке  $[-5; -2,5]$  является ...

95. Найти промежутки возрастания функции  $y = x^3 + 9x^2 - 4$ .

96. Найти промежутки возрастания и убывания функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 1,5x^2 - 4x$ .

97. Найти критические точки функции  $y = 2x + \sin 2x$ .

98. Найти наименьшее значение функции  $y = x^2 - 6x + 8$ .

99. Среди прямоугольников, сумма длин трёх сторон которых равна 20, периметр прямоугольника наибольшей площади равен ...

100. Найти сумму ординат точек экстремума функции  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$ .

101. Найти наименьшее значение функции  $y = 13 - 10x + x^2$ .

102. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = \frac{1}{5}x^5 - 4x^2 + 6$  на отрезке  $[0; 2]$ .

103. Найти критическую точку функции  $f(x) = (x-15)^2 \cdot \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x - 30 \cos x + 8$ .

104. Пусть производная функции  $f(x)$  имеет вид  $f'(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 9)(x^2 - 16)$ . Найдите суммарную длину промежутков убывания функции  $f(x)$ .

105. Пусть производная функции  $f(x)$  имеет вид  $f'(x) = (x-2)^2(x^2-2)(x^2-4)$ . Найдите число точек экстремума.

106. Найти точки экстремума функции  $y = \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$ .

107. С помощью производной найдите промежутки возрастания функции  $y = 2x - 3$ .

108. Найти промежутки монотонности функции  $y = \sqrt{x - x^2}$ .

109. Найти точки экстремума функции  $y = 2x^3 - 3x^2 + 6$ .

110. Число 49 представить в виде суммы двух слагаемых так, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.

111. Дана функция  $y = f(x)$ , у которой  $x_{\min} = -1$ ;  $y_{\min} = 1$ ;  $x_{\max} = 2$ ;  $y_{\max} = 4$ . Найти точки экстремума и экстремумы функции  $y = -2f(x+1)$ .

112. Найти наименьшее значение функции  $y = 2\cos x - \cos 2x$  на отрезке  $[0; \pi]$ .

113. Найти наименьшее значение функции  $y = 18x^2 + 8x^3 - 3x^4$  на отрезке  $[0; 4]$ .

114. На интервале  $(0; 2]$  найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{\frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 2x}$ .

115. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = (x-2) \cdot \sqrt{x+1}$  на отрезке  $[0; 2]$ .

116. Найти наибольшее значение функции  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$  на отрезке  $[-2; 2]$ .

117. Найти критические точки функции  $y = 4x^2 - 6x$ .

118. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  на отрезке  $[\frac{1}{2}; 1]$ .

119. Найти промежутки возрастания функции  $y = x^2 - 2x + 3$ .

120. Найти точки минимума функции  $y = 2\cos x + x$ .

121. Найти число, которое превышало бы свой квадрат на максимальное число.

122. Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \sin x - \frac{1}{3}\sin 3x$  на отрезке  $[0; \frac{3\pi}{4}]$ .

123. Найти наименьшее значение функции  $y = -x^2 + 2x - 3$ .

124. Найти наименьшее значение функции  $f(x) = x - \sqrt{x}$  на интервале  $(0; 1)$ .